

Universidad de las Ciencias Informáticas
Dpto. Ing. Software y Practica Profesional, Facultad 5: Entornos Virtuales.

Deformación de Objetos para Sistemas de Realidad Virtual.

Objects deformation for Virtual Reality Systems

Ing. Osley Bretau Camejo
obretau@uci.cu

Ing. Raissel Ramírez Orozco
rramirez@uci.cu

RESUMEN:

Los sistemas de realidad virtual han devenido parte importante en el entrenamiento de las más diversas actividades humanas. El objetivo de este trabajo es brindar una solución al problema de la simulación de órganos así como cualquier otro cuerpo con capacidad de sufrir deformaciones elásticas ante la acción de fuerzas externas. Se ha desarrollado una investigación para conocer el estado del arte a nivel mundial y principales técnicas usadas con este propósito, tanto matemáticas como basadas en física, y finalmente se propone un módulo de software multiplataforma basado en sistemas masa resorte con amortiguación y conservación de volumen acoplado a la Scene Toolkit y desarrollado usando el proceso unificado de software e implementado en C++.

Palabras claves: Simulación basada en física, simulación de órganos, sistemas masa-resorte.

SUMMARY:

Virtual Reality Systems have become an important part of human training in many individuals' activities. The main goal of this work is offering a solution to the organs simulation problem and any other body able to elastically deform under external forces. An investigation has been developed to know the state of the art and main techniques used in the world with this purpose, mathematic techniques as well as physically based; finally, a multiplatform software module is presented, based on mass-spring-damper system and volume conservation. It has been linked to Scene Toolkit and developed using the software unified process implemented in C++.

Keywords: Organs simulation, physically based simulation, Mass-spring system.

INTRODUCCIÓN:

Los simuladores han surgido como una efectiva herramienta para el entrenamiento y prueba de diversas actividades humanas. Lograr la flexibilidad de los objetos de un entorno virtual ante la influencia de diversos agentes es un paso primario para el desarrollo de simuladores de cirugía.

En la Universidad de las Ciencias Informáticas (UCI), se están produciendo simuladores, juegos y se preparan las condiciones para el desarrollo de simuladores quirúrgicos, se desarrolló una biblioteca de clases llamada Scene Toolkit (STK), con funcionalidades que facilitan la producción de simuladores pero no dispone de recursos para el trabajo con objetos deformables. Como objetivo general este trabajo persigue desarrollar un módulo acoplado a la STK capaz de representar objetos que se deformen en tiempo real, según sus características físicas ante la acción de fuerzas externas.

Varios países desarrollados han fomentado proyectos de simulación quirúrgica, resaltan el *KISMET 3D-Simulation Software* de Alemania, el *Laparoscopic Cholecystectomy* desarrollado por Michael Downes et al. [1], *Laparoscopic Simulator* desarrollado por Srinivasan et al. [2], *Hepatic Surgery Simulator* desarrollado por S. Cotin et al [3]. En 1996 surge *Mimic Technologies* y en 1997 nace *Simbionix*, líderes globales de las tecnologías de simulación quirúrgica.

El objeto de estudio de este proyecto es el análisis del comportamiento físico de los objetos no rígidos, el campo de acción se centra en las técnicas y algoritmos utilizados para la simulación de este tipo de objetos y su eficiencia.

Para satisfacer las necesidades planteadas es necesario ejecutar varias tareas:

- Estudiar los parámetros físicos que definen la rigidez y capacidad de deformación de los objetos.
- Estudiar las tendencias actuales de la modelación de tejidos y objetos deformables así como de las técnicas y algoritmos que favorezcan la velocidad de render.
- Analizar de las características de los Sistemas de Partículas y el Método de Elementos Finitos como herramientas fundamentales en la modelación de deformaciones.
- Estudiar las características de la biblioteca básica a la cual se va a acoplar el módulo.

1 CARACTERÍSTICAS GENERALES Y ANTECEDENTES DE LA SIMULACIÓN DE DEFORMACIONES:

Cuando se habla de objetos deformables, se refiere a objetos que, debido a sus propiedades físicas, su forma puede ser modificada por la acción de otro cuerpo o agente externo (gravidad, viento, pinza, mano, etc.). Generalmente en los ambientes virtuales actuales, los objetos son representados por mallas triangulares o recientemente, como una colección de puntos en el espacio, de manera que una modificación de su forma implica una variación en la ubicación de los vértices y aristas de la malla en correspondencia con la acción que la provoca. El cálculo de la nueva posición para cada vértice o arista de la malla es sumamente costoso para las PC actuales, más aún cuando se está en presencia de escenarios muy complejos, con cientos de miles de polígonos como es el escenario quirúrgico. “Aunque es posible el render en PC del comportamiento gráfico de sistemas comerciales, la simulación en tiempo real de la deformación de tejidos es aún el mayor obstáculo para el desarrollo de simuladores de cirugía” [30].

La idea de la deformación es aparentemente simple, bastaría sólo con determinar que parte del cuerpo sufre cambios ante una deformación dada y recalcular la posición de cada vértice del área afectada, sin embargo, esa nueva posición depende de una serie de parámetros físicos o no, dependiendo de la técnica de deformación usada, lo cual requiere de un cálculo muy costoso, debido a que cada vértice que sufre cambios deberá calcular todos estos parámetros para relocalizarse.

Muchos han sido los esfuerzos en esta área hasta hoy, a pesar de ser un campo relativamente joven, puede decirse que es sumamente dinámico. Uno de los primeros modelos para animar cuerpos deformables fue introducido por Dimitri Terzopoulos [31]. En el trabajo referenciado, el autor emplea la teoría de la elasticidad para generar ecuaciones diferenciales que modelan los sólidos en función del tiempo. Este primer modelo, basado en la Ley de Hooke para objetos perfectamente elásticos, ha sido mejorado sucesivamente y es considerado el pionero en este tema. A continuación se relacionan los hechos y tendencias más significativos hasta la actualidad.

Entre las técnicas de deformación están presentes fundamentalmente dos tipos, ellas son: métodos geométricos y métodos basados en física.

Los métodos geométricos son aquellos que emplean modelos de interpolación paramétrica (modelos polinomiales, splines...) para la estimación de la deformación, los cuales dependen sólo de relaciones no físicas. Aún cuando su analogía con las deformaciones físicas no son del todo obvias, esta técnica se ha hecho efectiva en algunos simuladores de cirugía debido a la velocidad del cálculo de la deformación. Algunos métodos que responden a este tipo de deformación son: Splines y Ajuste de Curvas, Deformación de Libre Forma y 3D ChainMail.

Entre los métodos basados en física, los Sistemas Masa-Resorte han sido los más populares, pero existen otras alternativas como el Método de Elementos Finitos (FEM) y Método de los Elementos de Frontera (BEM), que se sustentan en la física de materiales y la mecánica continua.

Los modelos de superficies elásticamente deformables, calculan la deformación resolviendo las ecuaciones lineales de elasticidad, lo que permite la simulación basada en los principios de la física. La extensión de esta técnica a 3D es el primer intento en la modelación de tejidos partiendo de elementos finitos. [24]

2 MÉTODOS DE DEFORMACIÓN GEOMÉTRICA

2.1 Splines y Ajuste de Curvas

Muchas de las técnicas de modelación de objetos deformables provienen del campo del diseño asistido por computadoras (CAD). Los diseñadores necesitan vías para especificar numéricamente curvas y superficies y refinar los objetos que modelan. De allí el surgimiento de las curvas de Bezier y otros métodos de especificar curvas con pequeños vectores de números, incluyendo los Splines, B-Splines, NURBS... [4].

Estos métodos se basan en controlar las deformaciones a objetos volumétricos mediante curvas, de manera general estas curvas están formadas por una serie de puntos llamados puntos de control. La forma de los objetos puede ser ajustada de manera predecible moviendo los puntos de control o variando la cantidad de ellos, como se muestra en la siguiente figura 1.

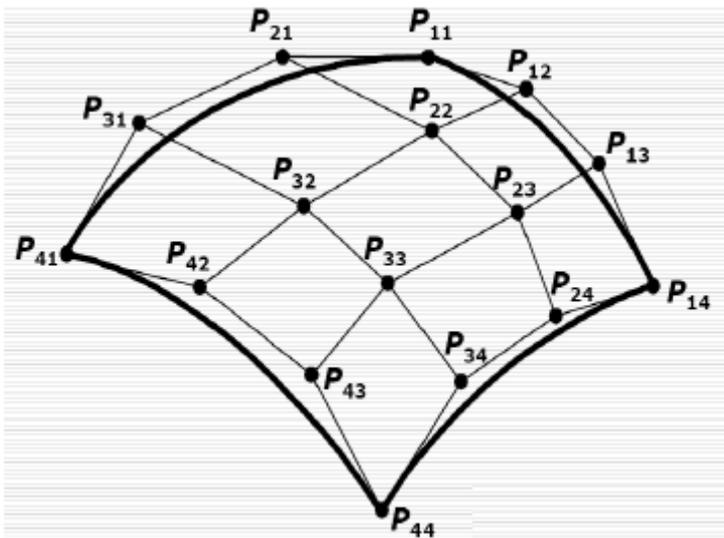


Fig. 1: Curva Spline, P_n: Puntos de Control

Esta vía de representar los objetos es eficiente desde el punto de vista computacional y soporta modificaciones interactivas pero el nivel de precisión alcanzado puede ser cuestionable. Sin embargo, este nivel de control puede resultar muy trabajoso para modificaciones muy precisas, como pudieran ser

las de cirugía, incluso cambios muy simples pudieran requerir del ajuste de varios puntos de control [4]. El uso de este método puede decirse que ha estado limitado a la modelación de órganos partiendo de imágenes médicas, y no a su deformación en tiempo real como es el caso de KisMo [5].

2.2 Deformación de Libre Forma

El método de deformación de libre forma (FFD) fue introducido por T. Sederberg y S. Parry en 1986, es una herramienta muy rápida para representar y modelar objetos flexibles basada en deformaciones del espacio que los contiene. [6].

Las deformaciones son definidas por funciones paramétricas cuyos valores son determinados a partir de puntos de control que usualmente conforman una malla o rejilla regular en forma de paralelepípedo y a cada uno de sus puntos le son asignados una serie de coordenadas locales (Fig. 2).

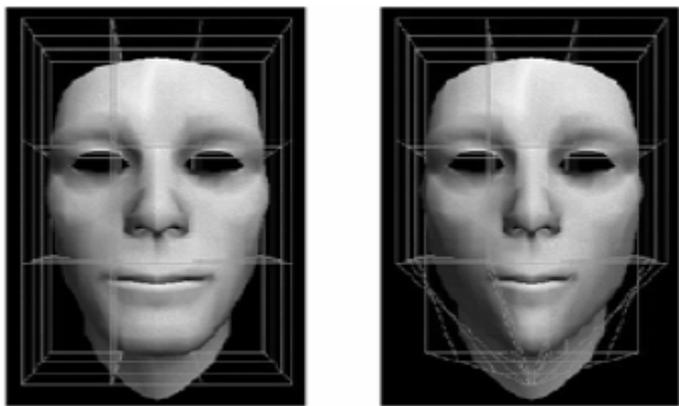


Fig. 2: Malla en forma de paralelepípedos asociada a un cuerpo.

Algunos trabajos han propiciado que la interacción sea más intuitiva, como muestra el trabajo presentado por Hsu en 1992 que permite la directa manipulación de puntos en la superficie del cuerpo [7]. En 1996, en MacCracken y Joy proponen una solución para rejillas no regulares a través de un algoritmo de subdivisión [8]. Debido a su buen comportamiento y rapidez este método fue usado en un sistema de simulación laparoscópica implementado por C. Basdogan en 1998 [6]. Algunos trabajos lo han integrado técnicas basadas en física. G. Hiriota en 1999 describió una extensión para FFD basada en la ley física de conservación de la masa, de manera que su algoritmo garantiza la preservación del volumen [9]. En 2004 Guy Sela introdujo un nuevo tipo de FFD llamado “*Discontinuous Free Form Deformation*” (DFFD), capaz de soportar discontinuidades y cambios en la topología en la malla debido a cortes o tensiones internas en tiempo real, tanto en superficies descritas por mallas como en objetos volumétricos.

Algunos expertos, piensan que aunque este modelo es muy sencillo de implementar para tiempo real, la ausencia de propiedades internas significa que es difícil crear deformaciones realistas para simular interacción. Aún

cuando hay acercamientos para su integración con técnicas basadas en física, por lo que este modelo pudiera parecer convincente, sin embargo violaciones en la rejilla y 3D *aliasing* son aun comunes. [10]

2.3 3D ChainMail

3D ChainMail fue originalmente creado por Sarah Gibson en el año 1997, para deformar mallas uniformes. Está basado en geometría pero puede simular las propiedades de los materiales [6]. Su funcionamiento se basa en que los elementos son modelados por una cantidad n de eslabones enlazados entre sí, donde cada uno tiene un rango limitado de movimiento, de modo que el objeto que se esté simulando tenga un nivel de rigidez y elasticidad acorde con la capacidad de movimiento de cada eslabón, donde los vecinos más cercanos pueden estar en tres tiempos fundamentalmente: relajado, máximo comprimido y máximo extendido como se muestra en la figura 3.



Fig. 3: Grados de libertad de un eslabón en 3D ChainMail

Al mover un eslabón, sus vecinos se moverán solo de acuerdo al rango de cada, de manera que propaga la deformación por el volumen afectado (Fig. 4).

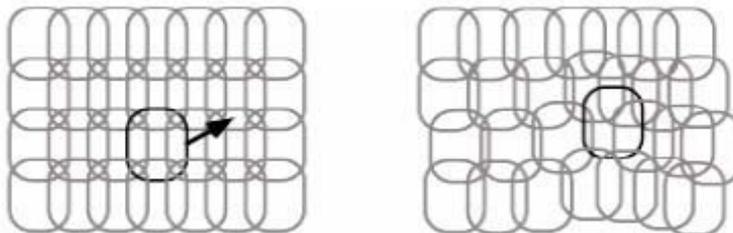


Fig. 4: Deformación del 3D ChainMail cuando un eslabón seleccionado es movido.

El algoritmo ha sufrido cambios debido a restricciones como que sólo podía trabajarse con datos homogéneos, Markus Schill en 1998, desarrolló el "*Enhance ChainMail*", para la cirugía oftalmológica, este algoritmo fue probado en un sistema 2D [11]. 3D ChainMail solo podía funcionar sobre una malla rectilínea, resuelto por Ying Li y Ken Brodli en el 2003 con el "*Generalised ChainMail*", que se caracterizaba por su rapidez en los cálculos, tanto así como para hacer simples simuladores de entrenamiento quirúrgicos en la Web. En el año 2005 se crea el algoritmo "Divod ChainMail" por Christopher Dräger, que es un algoritmo para la deformación directa del volumen basado en el "*Enhance ChainMail*" y posteriormente se integró a un sistema virtual de

endoscopia llamado STEP creado por VRV para la simulación de la cirugía de adenomas endonasales [6].

3 MÉTODOS DE DEFORMACIÓN BASADOS EN FÍSICA

3.1 Sistemas Masa-Resorte.

Masa-Resorte es una técnica basada en física ampliamente usada para modelar objetos blandos, consiste en la discretización de los objetos como una malla de partículas y muelles. “Las partículas no son más que objetos que tienen masa, posición, velocidad y responden a la acción de fuerzas pero que carecen de extensión espacial.” [12]

“De manera general un sistema de masa resorte consta de n puntos de masa enlazadas con sus vecinos a través de muelles libres de masa de longitud natural mayor que cero” [13]. Todas sus implementaciones se sostienen sobre la Segunda Ley de Newton que define el movimiento de cada nodo y la Ley de Hooke que define la tensión que une a los nodos mediante muelles.

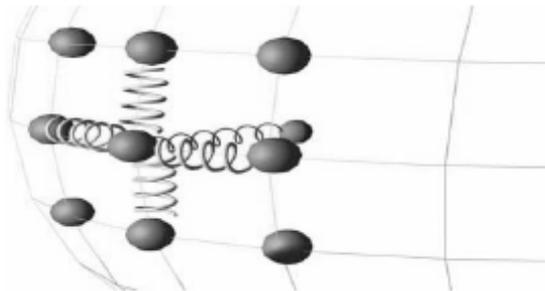


Fig. 5 Sistema Masa-Resorte

Uno de los trabajos pioneros en el uso de este método para soluciones dinámicas fue propuesto por D. Terzopoulos y K. Waters en 1990, su idea es modelar capas de distintos materiales con diferentes capas de masa-resorte. Ellos usaron tres capas de masa-resorte para animación facial, simulando las capas de la piel [14]. En 1998 el método fue usado en simulación laparoscópica por Michael Downes [15]. Hay ejemplos que evidencia la efectividad de este método en la simulación quirúrgica, como es el “*Karlsruhe Endoscopic Surgery Trainer*” presentado por U. Kühnapfel en el 2000, el software del sistema, llamado KISMET usa el modelo masa-resorte para simular la elastodinámica de los objetos [16]. Un trabajo de M. Teschner en 2004 aborda el tema de la deformación de objetos geoméricamente complejos desde una perspectiva muy próxima al Modelo Masa-Resorte basado en mallas triangulares o tetraédricas y deriva tres fuerzas basadas en energías potenciales en cada partícula. La ventaja de esta propuesta es que modela deformaciones tanto plásticas como elásticas [17].

Este tipo de modelación ha sido muy usada hasta hoy debido a que es la forma más intuitiva de imaginar un modelo deformable, es una técnica poco compleja

para la implementación y garantiza velocidades superiores a métodos continuos [4]. Sin embargo, no es todo lo exacta que se necesita porque no se soporta en la elasticidad continua, además depende en gran medida de la topología y la resolución de la malla [18].

3.2 Método de Elementos Finitos (FEM)

El Método de Elementos Finitos (FEM por sus siglas en inglés) es uno de los más populares en las ciencias de la computación para resolver ecuaciones diferenciales en rejillas irregulares. El artículo publicado en 1956 es reconocido como el inicio del actual FEM [19].

En esencia el método consiste en dividir el objeto en un conjunto finito de elementos mediante discretización geométrica y luego las propiedades físicas del objeto son interpoladas para cada elemento usando funciones de forma, de manera que la mecánica continua del objeto es expresada en términos de un conjunto de elementos. Cada uno de los elementos es asociado para obtener un conjunto de ecuaciones que representan la física del objeto [20].

Pudieran definirse una guía para el método como sigue:

1. Discretización geométrica: El cuerpo se subdivide en elementos más simples (usualmente tetraedros o hexaedros) en cada elemento se definen nodos que son puntos de control donde se evalúa el problema y describen localmente el material del objeto, ver la figura 6.

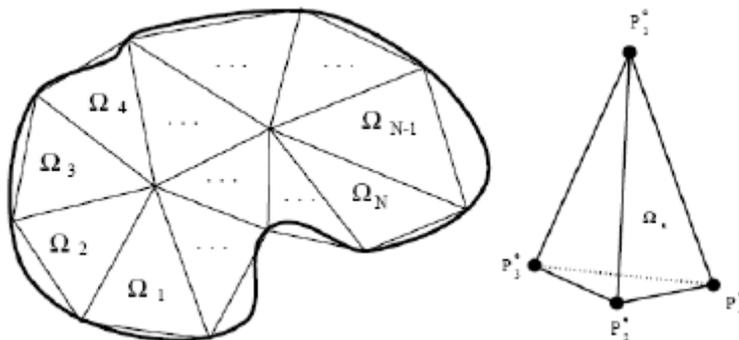


Fig. 6: Discretización de un dominio en elementos tetraédricos

2. Interpolación: Se usan funciones de forma (también conocidas como funciones base) para interpolar cualquier punto P del continuo.
3. Aplicación de la Mecánica Continua: Una vez discretizado el cuerpo y las funciones de forma se debe encontrar expresiones que empleen las ecuaciones de elasticidad en términos de los nodos de la malla. Esto permitirá calcular la distribución interna de tensiones del elemento, su formulación puede ser estática o dinámica.
 - Formulación Dinámica: Usando la dinámica de Lagrange y la Teoría de la Elasticidad, la ecuación de movimiento del modelo puede ser expresada por una EDO de segundo orden:

$$Mx'' + Dx' + Kx = F \quad (1)$$

Donde M, D y K son matrices de $3n \times 3n$ de masa, amortiguación y rigidez respectivamente y F es el vector fuerza aplicado al objeto [21].

- Formulación Estática: La ecuación 5 puede ser simplificada dejando de tener en cuenta aspectos como la inercia, entonces la ecuación del movimiento puede ser expresada como:

$$Kx = F \quad (2)$$

A principios de la década pasada hubo varias propuestas de FEM pero ninguna en tiempo real, en 1994 Sagar desarrolló un ambiente virtual para la simulación de cirugía oftalmológica donde la córnea era modelada como un material elástico no lineal. Keeve en 1996 usó FEM para predecir el resultado de cirugías faciales [6]. O'Brien en 1999 y en 2002 presentó una versión de FEM para simular ruptura de elementos frágiles y dúctiles, pero no para aplicaciones en tiempo real [22].

Bro-Nielsen y Cotin trabajaron con elementos finitos linealizados para simulación de cirugía. Ellos lograron un aumento de velocidad simulando solo los nodos visibles de la superficie (condensación) con resultados en tiempo real [23]. FEM fue usado para modelar deformación de tejidos para un simulador de endoscopia ginecológica por Székely y su equipo en 1999 [24].

La principal ventaja de FEM es que puede producir simulaciones más realistas físicamente, sin embargo requiere de muchos cálculos, que solo pueden ser reducidos disminuyendo el número de nodos (elementos), lo que atenta contra la exactitud del modelo [25].

3.3 Método de los Elementos de Contorno

El Método de los Elementos de Contorno (*Boundary Element Method*, BEM), es una alternativa interesante al FEM estándar, porque todos los cálculos se realizan en la superficie del cuerpo elástico en lugar de su volumen como se representa en la Fig. 7. El método logra un aumento sustancial de la velocidad debido a que el problema tridimensional original, es reducido a dos dimensiones. Sin embargo, solo puede ser aplicado en cuerpos cuyo interior esté compuesto por un material homogéneo, además, cambios de topología son más complejos de manipular que en FEM Explícito [22].

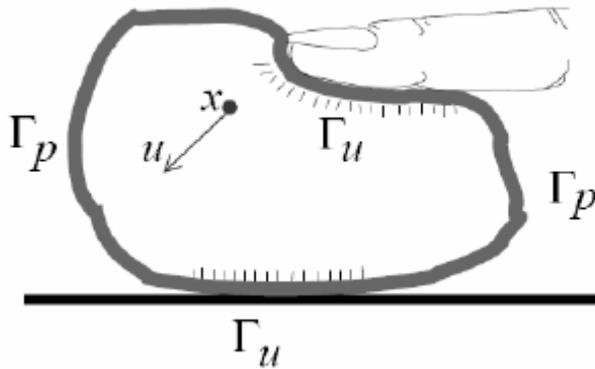


Fig. 7: Notación de BEM y sus condiciones de frontera

Este método fue propuesto por primera vez para simular objetos deformables por Doug L. James y Dinesh K. Pai en 1999, en este trabajo se propone un método quasi-estático para modelar como un objeto interactúa con el ambiente en su frontera, Γ . Por ejemplo, en la Fig. 10 el objeto está sujeto a dos condiciones de desplazamiento en la frontera: Γ_u debido al contacto con el dedo y el suelo fijo, y Γ_p libre para moverse, en su interior, ante una deformación, cualquier punto x puede sufrir un desplazamiento u . De las ventajas de este método respecto a FEM para determinado tipo de soluciones puede decirse que: “BEM es más preciso que FEM para calcular fuerzas de contacto y quizás la mejor opción que ofrece BEM es que usa la misma discretización usada para el render, es decir, no se necesita otro enmallado, en FEM el interior del cuerpo debe ser enmallado” [26]. Otro trabajo fue propuesto en 2003 agregando posibilidades para el cambio de las condiciones de la frontera, como colisiones órgano – órgano [27].

4 SISTEMAS MASA RESORTE CON CONSERVACIÓN DE VOLUMEN.

Partiendo de la malla que usa la STK se construye un sistema de partículas como una colección de partículas que tienen propiedades físicas como masa, fuerza, aceleración y velocidad, enlazadas entre sí por muelles libres de masa pero con constante de rigidez y factor de amortiguación para controlar las posibles vibraciones lo que permite el cálculo de la fuerza que ejerce el muelle entre las partículas que une.

El comportamiento de los muelles se asume como visco-elástico debido a que los cuerpos de manera general no son perfectamente elásticos, la fuerza que cada uno de ellos ejerce sobre las partículas i y j se calcula de la siguiente forma:

$$F_{elast} = \left[k_s (|x_j - x_i| - l) + k_d (v_j - v_i) \right] \frac{x_j - x_i}{|x_j - x_i|} \quad (3)$$

Donde es el coeficiente de rigidez del muelle, s_k las posiciones de las partículas enlazadas por el muelle, l la longitud en reposo, el coeficiente de

amortiguación utilizado para simular la disipación de energía que ocurre durante la deformación [18] y la velocidad de los centros de masa. dkv
Atendiendo a la segunda ley de Newton,

$$\Sigma F = M x \quad (4)$$

Cada partícula se ve afectada por determinada cantidad de fuerzas en dependencia de la cantidad de muelles que la vinculen con otras partículas y otras fuerzas como la gravedad o sencillamente una fuerza que se aplique, en cada momento de la simulación se tiene la suma de las fuerzas que afectan a cada partícula y su masa, aplicando (8) se obtiene la aceleración y luego integrando explícitamente mediante el método de Euler las demás variables cinemáticas [22]:

$$x'(t + \Delta t) = x'(t) + \Delta t x''(t + \Delta t) \quad (5)$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t x'(t + \Delta t) \quad (6)$$

Un modelo de superficie masa resorte no garantiza que un cuerpo se comporte elásticamente ante una deformación porque los muelles solo ofrecen resistencia a la deformación en el sentido axial, muchos trabajos generan mallas volumétricas para garantizar elasticidad en el interior de cuerpos volumétricos, sin embargo, esta solución genera mallas con gran cantidad de vértices y aristas [28].

Debido a que muchos de los órganos del cuerpo humano conservan su volumen ante las deformaciones, este es un importante aspecto a tener en cuenta [29]. Suponiendo que los cuerpos volumétricos están “llenos” de un gas que se opone a la deformación a través de la presión que ejerce sobre las paredes del mismo, es razonable pensar que una vez retirada la causa de la deformación, esta presión hará al cuerpo retornar a su forma inicial. Para simular este fenómeno, se aplicará la teoría del gas ideal, que garantiza la proporción entre la presión del gas en interior y el volumen del cuerpo:

$$PV = nR \Delta T$$

En esta ecuación, n y R son constantes, y para este caso, también la temperatura T , de manera que solo P y V pueden variar en proporción inversa.

Finalmente pudiera escribirse a manera de algoritmo:

En cada ciclo de render:

- Calcular ΔT
- Para cada muelle del sistema
 - Calcular la fuerza que este ejerce sobre las partículas en sus extremos usando (3)

- Para cada triángulo de la superficie del cuerpo:
 - Calcular normal y su módulo.
- Calcular el volumen del cuerpo
- Para cada triángulo de la superficie:
 - Calcular presión que actúa a modo de fuerza desde el interior sobre las caras.
 - Aplicar fuerza resultante de presión sobre los vértices.
- Para cada partícula del sistema:
 - Calcular suma de las fuerzas que la afectan
 - Calcular la aceleración usando (4)
 - Calcular la velocidad según (5)
 - Calcular la nueva posición según (6)

CONCLUSIONES:

Para el cumplimiento de los objetivos de este proyecto, se requirió un estudio de las técnicas de deformación de cuerpos así como sus ventajas y desventajas en aras de brindar una solución eficiente.

Finalmente se propone una solución para objetos volumétricos con buen comportamiento en tiempo real y factible para ser usada en simulación quirúrgica.

RECOMENDACIONES:

Se recomienda profundizar en el estudio del Método de Elementos Finitos y sus posibles optimizaciones para su futura implementación como potente herramienta de cálculo.

BIBLIOGRAFÍA:

[1] Downes M, Hsu A, Steele M. "A virtual environment for training laparoscopic cholecystectomy." University of California, Berkely. CS294-5 Virtual Reality, Spring Semester, 1997.

[2] Basdogan, Ho, Srinivasan. "Force Interactions in Laparoscopic Simulations: Haptic Rendering of Soft Tissues." Proceedings of the Medicine Meets Virtual Reality Conference, San Diego, CA, Jan 1998.

[3] Cotin S, Delingette H, Ayache N. "Real Time Volumetric Deformable Models for Surgery Simulation." Visualization in Biomedical Computing (Proc. VBC '96), K.H. Hhne, R. Kikinis (eds), Lecture Notes in Computer Science, vol. 1131, Springer- Verlag, 1996.

- [4] Gibson S. F. F., Mirtich B. "A Survey of Deformable Modeling in Computer Graphics" A Mitsubishi Electric Research Lab, Noviembre 1997.
- [5] Tait R.J., Schaefer G., Kühnapfel U., Çakmak H.K. "Interactive Spline Modeling of Human Organs for Surgical Simulators" School of Computing and Mathematics, The Nottingham Trent University, U.K. Institut für Angewandte Informatik, Forschungszentrum Karlsruhe, Germany.
- [6] Dräger Ch. "A ChainMail Algorithm for Direct Volumen Deformation in Virtual Endoscopic Simulation". Vienna University of Technology. Mayo 2005.
- [7] Hsu M., Hughes J, Kaufman H. "Direct Manipulation of Free-Form Deformations" Cambridge Research Lab Brown University, 1992.
- [8] MacCracken R., Joy K."Free-Form Deformations With Lattices of Arbitrary Topology" Computer Graphics Research Laboratory, Department of Computer Science, University of California, USA.
- [9] Hirota G., Maheshwari R., Lin M."Fast Volume-Preserving Free Form Deformation Using Multi-Level Optimization" Department of Computer Science, University of North Carolina, USA 1999.
- [10] Holbrey R. P.. "Virtual Suturing for Training in Vascular Surgery" School of Computing, University of Leeds. Mayo 2005
- [11] Schill M. A., Gibson S. F. F., Bender H. J., Männer R. "Biomechanical Simulation of Vitreous Humor in the Eye Using Enhanced ChainMail Algorithm", MERL, 1998.
- [12] Witking A. "Physically Based Modeling. Particle System Dynamics." Pixar Animation Studios 2001.
- [13] Vassilev T, Spanlang B. "A Mass-Spring Model for Real Time Deformable Solids" 2001.
- [14] Terzopoulos D, Waters K "Physically-Based Facial Modeling, Analysis, and Animation" Journal of Visualization and Computer Animation, 1(2):73–80, 1990.
- [15] Downes,M., Cavusoglu, M., Gantert, W.,Way, L., & Tendick, F. "Virtual environments for training critical skills in laparoscopic surgery." Proc. MMVR'98, IOS Press 1998.
- [16] Kühnapfel U, "Endoscopy Surgery Training Using Virtual Reality and Deformable Tissue Simulation." Karlsruhe, Alemania, 2000.
- [17] Teschner M., Heidelberger B., Müller M., Gross M." A Versatile and Robust Model for Geometrically Complex Deformable Solids" Computer Graphics Laboratory, ETH Zurich, Switzerland, 2004.
- [18] Prietoni N. "Physically Based Deformable Objects in Computer Graphics." Universidad de Geneva, Diciembre 2005.
- [19] Turner, M. J., Clough, R. W., Martin, H. C., Topp, L. J."Stiffness and deflection analysis of complex structures", J. Aero., 1956.
- [20] Mendoza Serrano C. "Soft Tissue Interactive Simulations for Medical Applications Including 3D Cutting and Force Feedback" Instituto Nacional Politécnico de Grenoble, Francia. Mayo 2003, 190.
- [21] Mendoza C., Sundaraj K., Laugier C. "Issues in Deformable Virtual Objects Simulation with Force Feedback" SHARP Project, Saint Martin, Francia 2002.

- [22] Nealen A, Müller M, Keiser R, Boxerman E and Carlson M “Physically Based Deformable Models in Computer Graphics” EUROGRAPHICS 2005.
- [23] Bro-Nielsen M., Cotin S. “Real-time Volumetric Deformable Models for Surgery Simulation using Finite Elements and Condensation” Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark 1996.
- [24] Székely G et al. “Virtual Reality-Based Simulation of Endoscopic Surgery”. Swiss Federal Institute of Technology. Zürich, Switzerland. June 3, 2000.
- [25] Al-khalifah A., Roberts D. “Survey of modeling approaches for medical simulators” Centre for Virtual Environments, the University of Salford, Manchester, UK 2004.
- [26] Doug L. J., Dinesh K. P. “Accurate Real Time Deformable Objects” University of British Columbia, Canada, 1999.
- [27] Koppel D., Wang Y., Chandrasekaran Sh. ”Toward Real-Time, Physically-Correct Soft Tissue Behavior Simulation” University of California, USA 2003.
- [28] Chen Yan, Zhu Qing-hong, Kaufman Arie. “Physically-based Animation of Volumetric Objects” Center for Visual Computing and Department of Computer Science, State University of New York at Stony Brook, 1999.